

Раздел V. Атомная и ядерная физика

Глава 2. Волновые свойства частиц.

1. Гипотеза де Бройля 1924 г.

Корпускулярно-волновой дуализм для света де Бройль распространил на мир частиц.

$$E = \hbar\omega$$

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

электромагнитная волна

$$\Psi(\vec{r}, t) = C e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\vec{r} - Et)}$$

волна для частицы (волна де Бройля)

Длина волны де Бройля:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{h}{mv} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{h}{mv}}$$

Условие стационарных орбит Бора $mvr = \hbar n$, с помощью длины волны де Бройля можно переписать в виде :

$$\boxed{2\pi r = n\lambda} \quad - \text{условие стоячей волны}$$

2. Опыты по дифракции электронов на кристаллах

подтвердили волновые свойства частиц 1927 г.

$$\lambda = \frac{h}{mv} \sim a_{\text{решетки}} \Rightarrow \varepsilon_e = 100 \text{ эВ}$$

Дифракция при отражении электронов от кристалла Ni (Дэвиссон и Джермер)

Дифракция при прохождении через кристалл (Томсон)

3. Уравнение Шредингера 1926 г – уравнение, определяющее волновую функцию частицы $\Psi(\vec{r}, t)$, при движении в потенциальном силовом поле:

$$\boxed{i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U\Psi} \quad \Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}$$

i – мнимая единица, $U(\vec{r}, t)$ – потенциальная энергия частицы

Для свободной частицы $U = 0$ волновому уравнению Шредингера удовлетворяет волна де Бройля

$$\Psi(\vec{r}, t) = C e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\vec{r} - Et)} \quad \text{при условии, что } E = \frac{p^2}{2m}$$

(классическая связь кинетической энергии и импульса).

В стационарном случае $U(\vec{r})$ не зависит от t , решение уравнения Шредингера ищут в виде:

$$\boxed{\Psi(\vec{r}, t) = e^{-\frac{iE}{\hbar}t} \psi(\vec{r})}$$

Волновая функция $\psi(\vec{r})$ удовлетворяет стационарному уравнению Шредингера:

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U\psi = E\psi}$$

4. Свойства и физический смысл волновой функции частицы.

а) Из уравнения Шредингера следует:

если Ψ_1 решение, то $C\Psi_1$ тоже решение;

если Ψ_1 и Ψ_2 решения, то $\Psi = C_1\Psi_1 + C_2\Psi_2$ тоже решение.

б) Физический смысл Ψ функции дал Борн в 1926 г.

Вероятность нахождения частицы в области dV :

$$dP \sim |\Psi|^2 dV = \Psi^* \Psi dV \quad \Psi^* - \text{комплексно сопряженная } \Psi$$

Если объем, в котором находится частица V , то волновую функцию нормируют условием:

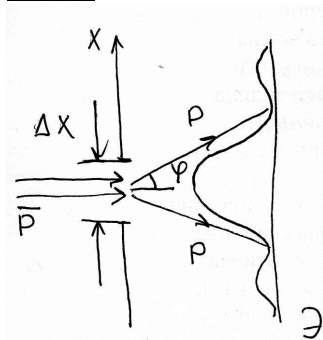
$$\int_V |\Psi|^2 dV = 1$$

Для нормированных волновых функций вероятность нахождения частицы в области dV :

$$dP = |\Psi|^2 dV = \Psi^* \Psi dV$$

Вероятностный смысл налагает на Ψ функцию дополнительные ограничения: однозначность, непрерывность и непрерывность производных (если $U(\vec{r})$ не имеет бесконечного разрыва).

5. Соотношение неопределенностей Гейзенберга 1927г.



Анализ гипотетического эксперимента по дифракции на щели волн де Бройля приводит к следующему результату:

$$\Delta p_x \gtrsim 2p \sin \varphi = 2p \frac{\lambda}{\Delta x} = 2p \frac{h}{\Delta x p}$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \gtrsim 2h$$

Δx - неопределенность координаты x в момент

прохождения частицы через щель

Δp_x - неопределенность проекции импульса

Более строгие рассуждения, проведенные Гейзенбергом дали:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \Delta x \cdot \Delta V_x \geq \frac{\hbar}{2m}$$

Аналогичное соотношение для неопределенности энергии частицы и времени, в течение которого частица находится в состоянии с данной энергией:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Из соотношения неопределенности $\Delta x \cdot \Delta V_x \geq \frac{\hbar}{2m}$

следует, что одновременно знать точно координату и скорость нельзя. $\Rightarrow$ Невозможность понятия траектории в микромире. С другой стороны, при увеличении массы частицы неопределенности

координаты Δx и скорости ΔV_x становятся столь малыми, то оказываются за пределами точности измерительных приборов. $\Rightarrow$ Траектория с точностью до приборной существует.

Вопросы.

1. Гипотеза де Бройля.
2. Длина волны де Бройля.
3. Эксперименты по дифракции электронов
4. Уравнение Шредингера.
5. Стационарное уравнение Шредингера.
6. Физический смысл Ψ функции.
7. Соотношения неопределенностей Гейзенберга.